

Hoofdstuk 2

De regelkring

Doelstellingen

1. Weten hoe men tot een wiskundig model van een systeem komt
2. Weten hoe men tot een transfertfunctie komt
3. Weten hoe je een blokdiagram interpreteert
4. Kunnen rekenen met een blokdiagram

2.1 Modelvorming

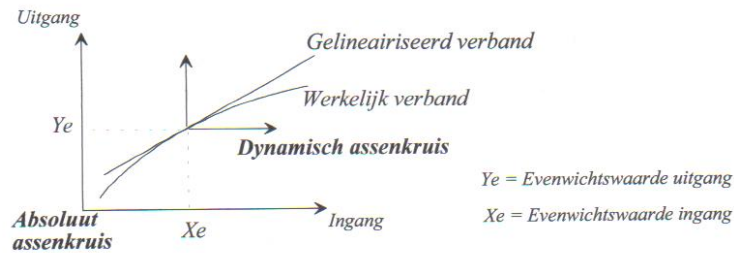
Het model van een proces wordt weergegeven door een differentiaalvergelijking die achteraf wordt omgezet tot een algebraïsche vergelijking.

Hierin werd reeds stilzwijgend verondersteld dat de beginvoorwaarden gelijk zijn aan nul. De reden hiervoor is de volgende; de bedoeling van een regelkring is dat het systeem geregeld wordt naar zijn evenwichtstoestand of gewenste toestand. De afwijking wordt dus steeds beschouwd ten overstaande van dit evenwichtspunt. Het is dan ook logisch dat men een assenkruis definieert met de oorsprong in dit evenwichtspunt. Dit noemt men het dynamische assenkruis. Daar is de beginwaarde van x gelijk aan nul.

2.1.1 Algemene werkwijze

Vooraleer men een systeem kan regelen, moet men het systeem kennen. Men moet dus een model opstellen van het systeem. Om een model op te stellen zijn er twee mogelijke methodes

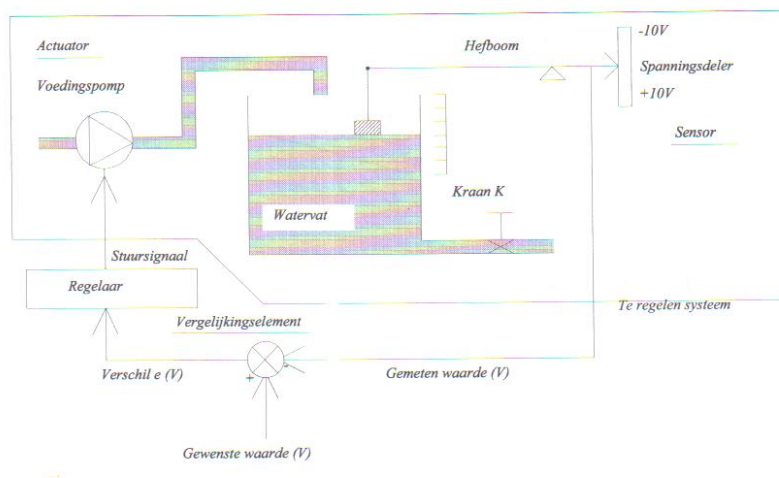
- De analytische methode: De verschillende onderdelen in het systeem worden beschreven door een vergelijking, die de fysische wetten die in dit systeem optreden, vertalen. Deze vergelijkingen moeten na linearisatie door een Laplacetransformatie omgezet worden om de transfertfunctie te bepalen.



Figuur 2.1: bron: 'cursus regeltechniek', KUL

- De identificatiemethode: Hier probeert men aan de hand van een experimenteel opgenomen respons een wiskundig model op te stellen dat equivalent is aan het systeem. Deze aanpak wordt gebruikt als men het systeem moeilijk in een model kan gieten met behulp van fysische wetten.¹

2.1.2 Voorbeeld: Standregeling in een watervat



Figuur 2.2: bron: cursus 'regeltechniek', KUL

De ingangsgrootheid is het toekomstige water. Om dit debiet te regelen wordt een voedingspomp gebruikt. Het toerental van de pomp is evenredig met het geleverde debiet. De voedingspomp is de actuator.

De uitgangsgrootheid is het waterniveau. Om dit te meten gebruikt men een

¹Deze methode komt in deze cursus niet aan bod, trouwens de wiskunde die hiervoor nodig is, is nog veel moeilijker dan de theorie van de Laplacetransformatie

vlotter die via een hefboommechanisme de uitgangsspanning van een potentiometer bepaalt.

Het vlotter-hefboomsysteem is dus de sensor.

Nu gaan we het model opstellen van de stand in het watervat, dit is dus het verband tussen de uitgang en de ingang van het watervat, of beter nog, een verband tussen de ingang (toevoer) en de hoogte.

Het uitgangsdebiet is afhankelijk van de stand in het vat, want de druk onderaan zal het uitstromingsdebiet bepalen. Dit is in de veronderstelling dat de kraan in een vaste positie staat.

We gebruiken de wet van Bernoulli

$$\left(p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh\right)_1 = \left(p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh\right)_2$$

Toestand 1 is aan het oppervlak bovenaan. Hier kunnen we stellen dat v quasi nul is, h is de hoogte h en p is de omgevingsdruk.

Toestand 2 is de toestand onderaan. Hier kunnen we stellen dat de hoogte nul is, p is eveneens de omgevingsdruk en de snelheid afhankelijk van de hoogte. De vergelijking wordt dus

$$\rho gh_i = \frac{\rho v_u^2}{2}$$

Het uitgangsdebiet is

$$\phi_u = A_u v_u$$

Hieruit vinden we

$$\phi_u = A_u \sqrt{2gh}$$

Nu moeten we nog een betrekking vinden om het inkomend debiet in het systeem te verwerken. Hiertoe gebruiken we de massabalans die het verschil weergeeft tussen het inkomend debiet en het uitgaand debiet. Dit verschil is de verandering van hoogte in het vat.

$$\phi_i - \phi_u = A \frac{dh}{dt}$$

De combinatie van de twee laatste vergelijkingen levert ons een systeemvergelijking

$$\phi_i = A \frac{dh}{dt} + A_u \sqrt{2gh}$$

Hierin is A_u : uitgangssectie, A : oppervlakte van het vat.

Deze vergelijking is niet lineair. We gaan deze dus lineariseren. We gebruiken hiertoe de reeksontwikkeling van Taylor rond het werkingspunt en we breken af na de lineaire term van de reeks. Hierdoor wordt de vergelijking

$$\phi_i(t) = A \frac{dh}{dt} + Kh + \text{termen}$$

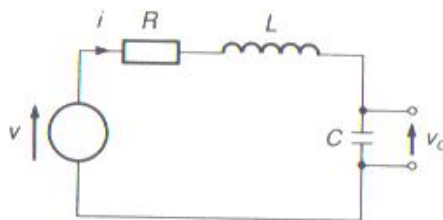
Met de constanten moeten we geen rekening houden na translatie van het assenkruis. Nu moeten we de Laplacetransformatie doorvoeren en dan krijgen we volgende vergelijking

$$\Phi_i(s) = AsH(s) + KH(s)$$

De transferfunctie $G(s)$, de verhouding tussen ingang ϕ_i en de uitgang $H(s)$ wordt na herschikken

$$G(s) = \frac{1}{As + K}$$

2.1.3 Voorbeeld: De RLC keten



Figuur 2.3: bron: 'Control engineering', W.Bolton

We moeten nu een verband vinden tussen de uitgang, in dit geval de spanning over de condensator en de ingang, in dit geval de bronspanning. We moeten enkel de spanningswet van kirchhoff toepassen. Dit levert voor de bronspanning

$$U = U_R + U_L + U_C$$

Uitgeschreven wordt dit

$$U = Ri(t) + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt.$$

Voor de spanning op de condensator bekomen we

$$U_C = \frac{1}{C} \int i(t) dt.$$

De verhouding tussen in- en uitgang is de transfertfunctie. We gaan van beide de Laplacetransformatie nemen en delen Voor de ingang bekomen we

$$U = Ri(s) + Lsi(s) + \frac{i(s)}{Cs}$$

en voor de uitgang

$$U_C = \frac{i(s)}{Cs}$$

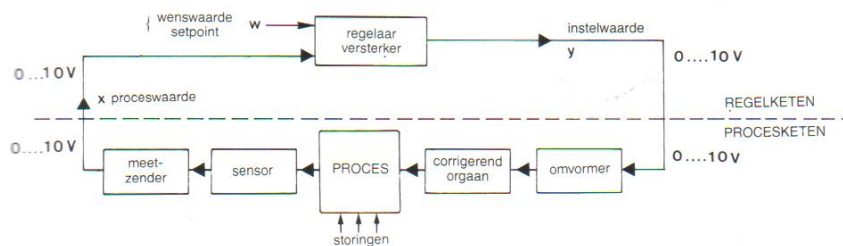
De transfertfunctie wordt

$$H(s) = \frac{i(s)}{Cs} \frac{1}{Ri(s) + Lsi(s) + \frac{i(s)}{Cs}}$$

Na vereenvoudiging

$$H(s) = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

2.2 De regelketen



Figuur 2.4: bron: 'regeltechniek1', Die Keure

Aan de ingang staan er twee waarden:

- De wenswaarde w die de waarde voorstelt die men wenst te behalen ook wel het setpunt genoemd
- De werkelijke waarde x die een maat is voor de gemeten waarde

Uit het bovenstaand blokschema halen we volgende functies

1. Een regelketen is een gesloten keten. De uitgang van de regelaar vormt de ingangsgrootheid van het proces; de uitgangsgrootheid van het proces vormt de ingang van de regelaar.
2. De terugkoppeling van de uitgang moet zodanig zijn dat een verandering van de procesgrootheid x door een verandering van de uitgang y van de regelaar wordt tegengewerkt, hierdoor wordt de proceswaarde x gelijk aan de wenswaarde w .
3. Als de uitgang van de regelaar geen voldoende groot vermogen kan leveren aan het proces, dan moet dit vermogen via een omvormer en een corrigerend orgaan in het proces gestuurd worden. Dus de omvormer en het corrigerend orgaan hebben als taak: de uitgang y van de regelaar vertalen naar een evenredige hoeveelheid vermogen in het proces.

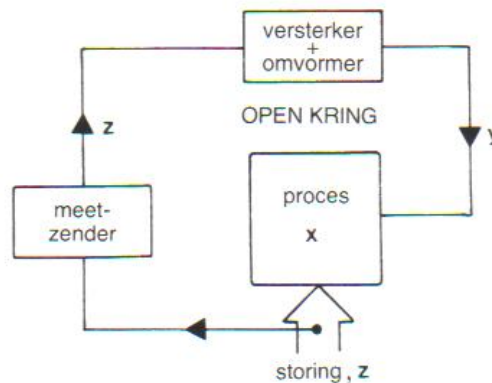
4. De proceswaarde x wordt met een sensor gemeten en via een meetzender omgevormd naar een aangepast signaal dat vergeleken wordt met de gewenste waarde.
5. De verschilwaarde of afwijking $w-x$ wordt door de regelaar behandeld en zo behoudt men de gewenste waarde.
6. In een standaardstelsel zijn steeds standaardsignalen aanwezig. Verandert de ingang van de procesketen bijvoorbeeld van 0 tot 10V dan zal de proceswaarde in verhouding veranderen.

Voor het corrigerend orgaan vinden we verschillende systemen terug

- mechanisch: hefboom
- hydraulisch: zuiger
- pneumatisch: met luchtdruk gestuurde klep
- elektrisch: relaiscontact
- elektronisch: triac, thyristor

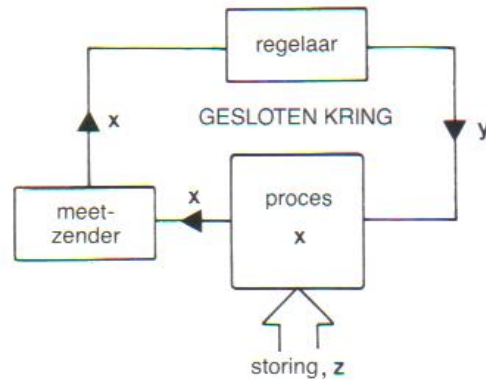
2.2.1 Open en gesloten regelsysteem

Open regelsysteem



Figuur 2.5: bron: 'regeltechniek1' , Die Keure

Bovenstaande regelketen geeft het basisschema van een open regelketen. Hier is geen terugkoppeling vereist en in dit geval spreekt men dan ook niet van regelen maar van sturen. Een storing z zal direct de toegevoerde energie sturen zodat onmiddellijk op de storing gereageerd wordt. Deze snelle reactie is het grote voordeel van een open keten. Het nadeel echter is dat deze keten enkel op deze storing kan reageren en andere storingen niet weggewerkt worden in dit type van regelketen.

Gesloten regelsysteem

Figuur 2.6: bron: 'regeltechniek1', Die Keure

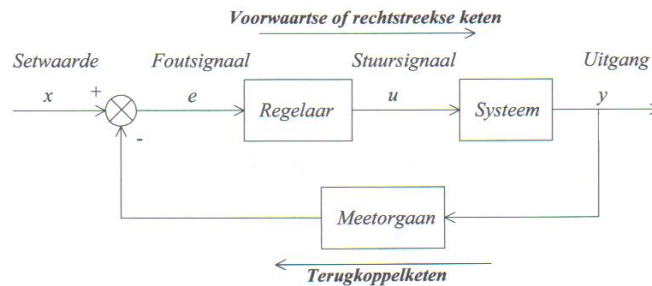
In dit type regelketen gaat elk type storing bijgesteld kunnen worden. Eender welke storing wordt in dit systeem weggewerkt. Anderzijds zal een uitwendige storing pas ontdekt worden nadat het proces reeds verstoord werd want de keten moet helemaal doorlopen worden voor iets opgemerkt wordt. Dus de tegenactie komt steeds iets te laat.

2.2.2 Soorten regelingen

In principe kunnen twee groepen regelingen onderscheiden worden:

- Volgsystemen of servosystemen: In een volgsysteem moet de werkelijke waarde de gewenste waarde steeds volgen. Dus de gewenste waarde kan veranderen tijdens de werking van het regeling. Hierin onderscheid men nog twee mogelijkheden. Ofwel verandert de gewenste waarde willekeurig, zoals het richten van een antenne, ofwel volgt deze verandering een vast programma, zoals een bij CNC machine.
- Enkelvoudige procesregeling: De gewenste waarde blijft constant en de werkelijke waarde moet deze zo nauwkeurig mogelijk volgen ondanks mogelijke storingen. Bijvoorbeeld de temperatuurregeling van een olietank.

2.3 Blokdiagramma's



Figuur 2.7: bron: 'regeltechniek1', Die Keure

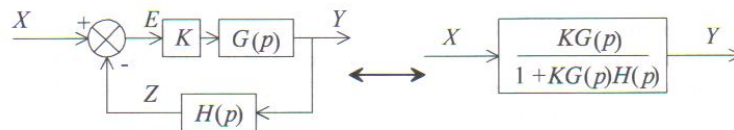
Tot hertoe hebben we een enkele transfertfunctie bekeken in een keten en gesteld dat de transfertfunctie de verhouding is tussen in- en uitgang.

Wat gebeurt nu als er meerder elementen in een regelkring staan. We hebben in een regelkring steeds minstens twee delen namelijk:

- Een voorwaartse of rechtdoorgaande keten: Ze bevat de transfertfuncties van de regelaar en van het proces. Dit noemt men de rechtstreekse.
- Een terugkoppelketen: Deze bevat de meting of het meetorgaan.

Hieruit volgt de open lus transfertfunctie, dus enkel de rechtdoorgaande. De open lus is het product van de respectievelijke transfertfuncties van regelaar en proces.

Van bovenstaande regelketen, de gesloten lus, gaan we de totale transfertfunctie berekenen .



Figuur 2.8: bron: 'regeltechniek1', Die Keure

$$\begin{aligned}
 E &= X - Z \\
 Y &= K * G(p) * E \\
 Z &= H(p) * Y
 \end{aligned}$$

Uitgewerkt bekomt men

$$\begin{aligned}X &= E + Z \\E &= \frac{Y}{K * G(p)} \\Z &= H(p) * Y\end{aligned}$$

Hieruit volgt dan

$$X = \frac{Y}{K * G(p)} + H(p) * Y$$

dus

$$X = Y \left(\frac{1 + K * G(p) * H(p)}{K * G(p)} \right)$$

Of de transfertfunctie is gelijk aan

$$\frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K * G(p)}{1 + K * G(p) * H(p)}$$

In het geval van éénheidsterugkoppeling waarbij $H(p)=1$ stelt men

De transfertfunctie is de verhouding van de rechtdoorgaande op één plus de rechtdoorgaande.