Hoofdstuk 1

Inleiding

Doelstellingen

1. Weten hoe een transfertfunctie moet geinterpreteerd worden

Deze cursus beschrijft het gedrag van systemen en een manier waarop we kunnen ingrijpen op dit gedrag. We moeten wel voor ogen houden dat de beschikbare tijd van de cursus beperkt is en we dus niet heel diep op deze materie kunnen ingaan. Daarom beperken we ons tot *lineaire , continue en single input-single output (SISO)* systemen. We moeten met deze materie ook kunnen rekenen dus moeten we beschikken over een zeker wiskundig arsenaal. Wiskunde vermijden is onmogelijk en we zullen zelfs een stukje wiskunde in dit hoofdstuk herhalen.

1.1 Waarom regeltechniek

Als we met de fiets rijden moeten we de weg volgen.Als we gewoon rechtdoor rijden zonder bij te sturen komen we vroeg of laat in de problemen. Wat we eigenlijk doen is regelen, want we gaan het stuur met onze handen naar links of rechts draaien naar gelang de weg gevormd is.We kunnen ook stellen dat we een storing, in dit geval een vervorming van de weg, hebben bijgestuurd. In dit voorbeeld zelfs letterlijk hebben bijgestuurd. In het geval van een willekeurig proces, zoals de regeling van de temperatuur van het koelwater van een dieselmotor , gaan we een storing die op het proces ingrijpt,bijvoorbeeld een verhoging van de temperatuur omdat we naar de evenaar varen, wegwerken door het proces bij te sturen met behulp van een regelaar en regelklep.

1.2 De Laplacetransformatie

Zoals in het begin van het hoofdstuk gezegd moeten we een stukje wiskunde herhalen met name de Laplacetransformatie. De reden ligt voor de hand. Zoals in de lessen wiskunde werd uitgelegd gaat een Laplacetransformatie een lineaire differentiaalvergelijking omzetten in een algebraische vergelijking. In de regeltechniek worden systemen bestudeerd die een verandering ondergaan. Het gedrag van een veranderend systeem wordt beschreven door een differentiaalvergelijking, waarmee de toepassing van de Laplacetransformatie duidelijk wordt. De berekeningen zullen sterk vereenvoudigd worden omdat de differentiaalvergelijkingen omgezet worden tot algebraische vergelijkingen.

1.2.1 Definitie

De Laplacegetransformeerde van een functie f(t)wordt gedefineerd als

$$F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st}\,dt.$$

Om volledig te zijn moeten we ook een invers Laplacegetransformeerde definieren

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}(f(t)) = \frac{1}{2\pi j}\int_{a-j\infty}^{a+j\infty} F(s)e^{+st}\,ds.$$

De Laplacegetransformeerden van de meest gebruikte functies zijn reeds meermaals berekend en werd mooi getabuleerd. Het zijn deze tabellen die we gaan gebruiken en het berekenen van deze transformaties laten we over aan de wiskundigen.

1.2.2 Eigenschappen van Laplacetransformaties

1. Laplacegetransformeerde van de differentiaal:

$$\mathcal{L}(\frac{df(t)}{dt}) = sF(s) - f(0)$$[1]

2. Laplacegetransformeerde van de integraal:

$$\mathcal{L}(\int f(t)\,dt) = \frac{F(s)}{s}$$

3. Eindwaardetheorema

$$\lim_{t\to+\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s).$$

4. Beginwaardetheorema

$$\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{s\to\infty} F(s)$$

5. Verschuivingstheorema

$$f(t-a) = e^{-as}F(s)$$

[1] Meestal wordt verondersteld dat f(0)=0

1.2.3 De Laplacetransformatie bij de analyse van continue systemen

Als men een systeem bestudeerd gaat men kijken naar veranderingen in dit systeem. Men gaat kijken wat een verandering die we aan het systeem opleggen aan de ingang zal opleveren na verloop van tijd aan de uitgang. Zowel de ingang als de uitgang worden beschreven door een verandering dus een differentiaalvergelijking. Daardoor krijgen we iets van de vorm

$$D_y(y(t)) = D_x(x(t))$$

met

$$D_x(x_t) = a_n \frac{d^n}{dt^n} + ... + a_0$$

en

$$D_y(y_t) = b_m \frac{d^m}{dt^m} + ...b_0$$

Na toepassen van de Laplacetransformatie bekomen we indien $f(0) = 0$

$$b_m s^m Y(s) + b_{m-1} s^{m-1} Y(s) + ...b_0 Y(s) = a_n s^n X(s) + a_{n-1} s^{n-1} X(s) + ... + a_0 X(s)$$

Dit is een algebraische vergelijking die we kunnen herschikken als volgt

$$Y(s) = H(p)X(s)$$

Of nog anders gesteld

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + ... + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + ... + b_0}$$

De functie H(s) wordt in de regeltechniek de transfertfunctie genoemd en stelt de verhouding voor tussen ingang en uitgang. Met andere woorden:

Hoe verandert de uitgang Y(s) ten overstaande van de ingang X(s).