Chapitre 3

Théorie des systèmes

Objectifs

1. Connaître les signaux que l'on peut mettre à l'entrée pour étudier la réaction d'un système
2. Savoir ce que les diagrammes Bode et Nyquist représentent et savoir les dessiner.
3. Connaître des propriétés de base de quelques systèmes

Dans ce chapitre nous allons étudier le comportement des systèmes. Nous commençons avec des systèmes d'ordre bas jusqu'a des systèmes d'ordre deux et de temporisation. Nous allons aussi étudier ce comportement si on change le type de signal à l'entrée.Un autre type de signal à l'entrée vous donne une autre réponse à la sortie.En plus un changement de signal va changer les problèmes de stabilité et on devra adapter le regulateur.

3.1 Signaux à l'entrée

Quand on étudie un système on voit le rapport du signal à l'entrée à celui de la sortie, appelée la réponse.On peut décrire des signaux avec des formules mathématiques.Comme ça il y a deux groupes de signaux, les signaux de temps et les signaux de fréquence.

Pour les signaux de temps il y a trois signaux que l'on utilisent pour étudier un système, il y a l'impuls,le step et le talud.Quand on étude des systèmes il ne faut qu' étudier le réponse sur un step parce que ce signal donne le plus grand changement (pour la même amplitude).Donc si le système reste stable sur un step on peut régler ce système sur n'importe quel autre signal de temps.

Pour les signaux de fréquence,traditionellement il y a un signal que l'on va utiliser c'est à dire la fonction sinus. La raison est que n'importe quel signal périodique peut être décrit par une somme de fonctions sinus et cosinus avec l'aide de suites de Fourier.Donc si on connaît le comportement d'une fonction sinus on sait comment d'autres fonctions périodiques vont se comporter.

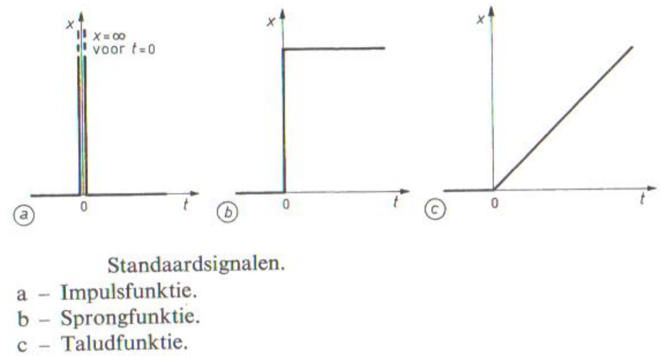

FIGURE 3.1 – source : 'Regeltechniek',J.Cools, Elsevier

3.1.1 Fonction d'impulsion

La réponse d'impulsion représente un changement soudain, qui est arrêté tout de suite.Un exemple est un robinet qui est ouvert et fermé tout de suite.

L'impuls est décrit en termes mathématiques par le pulse Dirac $\delta(t)$. Le transformé Laplace est $1(s)$.

3.1.2 Fonction step

La fonction step représente un changement soudain *qui est terminé après une certaine durée de temps.* Un exemple est un robinet qui est ouvert et qui est fermé après une certaine durée de temps, par exemple après cinq minutes.

Le step est décrit mathématiquement par la fonction Heavisidefunctie H(t) ou 1(t).La transformé Laplace de cette fonction est $\frac{1}{s}$.

3.1.3 Fonction talud

La fonction talud représente un changement qui change d'une manière continue et constante. Un exemple est un robinet que l'on ouvre en tournant dans la direction ouverture de la même maniére pendant une certaine durée de temps.

Mathématiquement cette fonction est décrit par une fonction linéaire t(t).La transformé de Laplace est $\frac{1}{s^2}$.

3.1.4 Fonction sinus

La fonction sinus est une fonction de base qui décrit un signal périodique. mathématiquement ce signal est représenté par $sin(\omega t)$.

La transformation Laplace est $\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$. Quand on décrit un signal périodique on va réécrire la fonction transfert par remplacer s par $j\omega$. Ceci suit du thèorème de Euler appliqué sur un signal périodique. Autrement dit : on a pour l'entrée

$$x = X(\cos \omega t + \sin \omega t) = Xe^{j\omega t}$$

et pour la sortie

$$y = Y(\cos(\omega t + \phi) + \sin(\omega t + \phi)) = e^{(j\omega t + \phi)}$$

Donc nous représentons la fonction sinus par une fonction exponentielle avec un exposant complexe, ce qui va simplifier les calcules fortement. Si nous prennons la première dérivé nous retrouvons la même fonction multipliée avec le facteur $j\omega$, autrement dit

$$\frac{d(e^{j\omega t})}{dt} = e^{j\omega t} j\omega$$

Parce que s dans la transformation Laplace ne représente qu'une dérivé, nous pouvons écrire une fonction de transfert arbitraire comme [1]

$$H(s) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + ... + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + ... + b_0}$$

Remplissons $s = e^{j\omega t}$ et nous obtenons

$$H = \frac{a_m (jm)^m + a_{m-1} (j\omega)^{m-1} + ... + a_0}{b_n (j\omega)^n + b_{n-1} (j\omega)^{n-1} + ... + b_0}$$

Ceci est un quotient de nombres complexes avec lequel nous pouvons calculer le module et l'argument. Nous pouvons dessiner le module et l'argument dans un diagramme.Il y a trois diagrammes qui sont utilisés très souvent dans la technique d'automatisation : c'est à dire Bode, Nyquist en Black- of Nichols-diagramme.

3.1.5 Diagrammes de Bode et Nyquist

Diagramme de Bode

Dans ce diagramme on dessine le module et l'argument en fonction de la frequence dans des diagrammes séparés.

Le module représente en faite l'amplification et est représenté par dB. Le dB est 20 fois la valeur du logarithme du module.Ce diagramme est aussi représenté en échelle logarithmique.

L'argument est le déphasage de la sortie à l'égard de l'entrée.

On va dessiner ces graphiques d'une manière simplifié.On appelle ceci la répresentation asymptotique.On calcule les variables pour des petites valeurs de ω et pour des grandes valeurs de ω. Autrement dit, on prend la limite de l'argument et du module pour ω à zéro et pour ω à l'infini.Entre ces deux extrèmes

1. le chapitre 1 dernier paragraphe

la fonction change son comportement, on appelle cette valeur la pulsation de coupure. En générale on a une fonction de transfert de la forme suivante

$$H(s) = \frac{A(s)}{B(s).C(s)}$$

Ceci donne l'amplification suivante

$$20\log(|\frac{A}{B.C}|) = 20\log|A| - 20\log|B| - 20\log|C|$$

et le déphasage suivant

$$\angle H(s) = \angle\frac{A}{B.C} = \angle A - \angle B - \angle C$$

Le graphique si dessous donne un exemple d'un système de première ordre

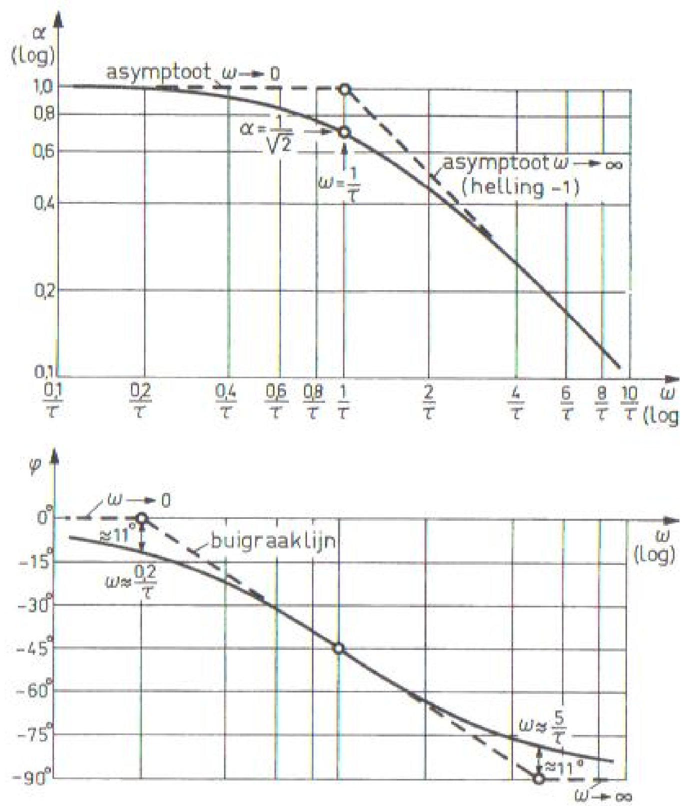

FIGURE 3.2 – source : 'Regeltechniek' ;J.Cools, Elsevier

Diagramme de Nyquist

Le diagramme de Nyquist est avec le diagramme de Bode une deuxième possibilité pour représenter le comportement de fréquence d'un système.Dans ce diagramme la partie réelle et la partie imaginaire sont calculées puis mises sur le même diagramme et ceci pour tous les fréquences, donc pulsations, de toutes les valeurs de zéro à l'infini. En effet, on peut dire que l'on dessine un vecteur dans la surface imaginaire.Le vecteur est donné par le module (largeur) et l'argument (phase). Cette technique est éclaircie dans le figure ci dessous.

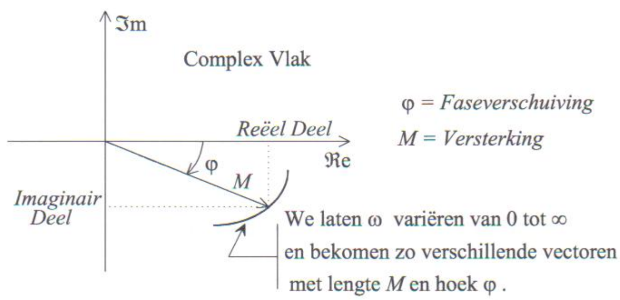

FIGURE 3.3 – source : 'Regeltechniek', J.Cools, Elsevier

Le diagramme dessous est un diagramme de Nyquist pour un système de première ordre.

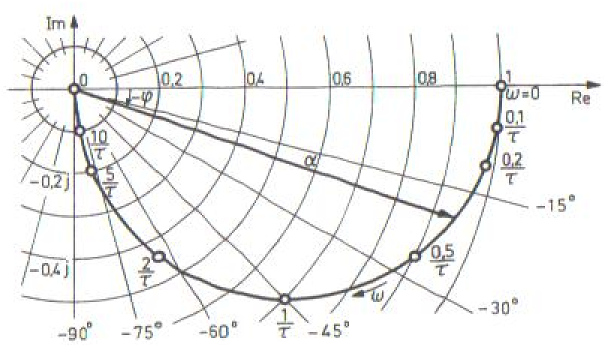

FIGURE 3.4 – source :'Regeltechniek' ;J.Cools, Elsevier

Diagramme de Black (ou Nichols)

Dans ce diagramme l'amplification est dessinée en fonction du déphasage.On le fait pour les valeurs de pulsations de zéro à l'infini.

Le figure ci dessous donne un diagramme de Nichols pour un système de premièr ordre.

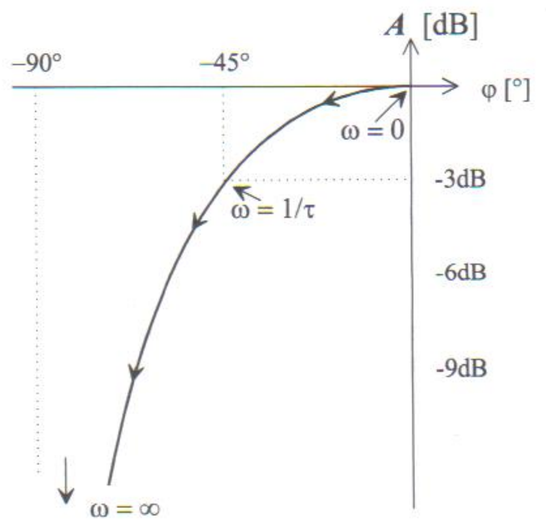

FIGURE 3.5 – source :'Regeltechniek ; J.Cools,Elsevier

Maintenant nous allons faire l'étude des systèmes utilisés très fréquemment dans la théorie des systèmes. Cette étude se limite aux réponses de step et de fréquences.La figure ci dessous nous éclairci comment c'est fait.Dans le compartiment du système nous remplissons la fonction de transfert. L'entrée X est donc soit un step soit un sinus et la sortie Y puis calculée. On utilise pour ce calcule la formule connue pour la fonction de transfert $H = \frac{Y}{X}$. Aprés on calcule la transformation de Laplace inverse.

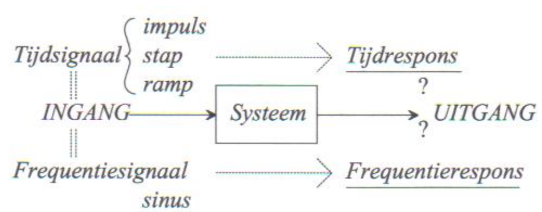

FIGURE 3.6 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

3.2 Systèmes constants (proportionnels)

Dans le cas d'un système constant l'entrée va être multiplié avec une valeur constante.Dans ce système la sortie est proportionnelle a l'entrée, et donc est appellé le système proportionnel.

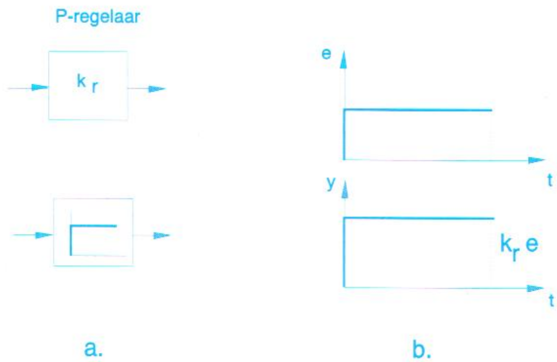

FIGURE 3.7 – source :'Regeltechniek1', Die Keure

3.2.1 Réponse d'un step pour un système proportionel

Le système : $H(s) = K$ Le step à l'entrée : $X = \frac{1}{s}$ De ceci suit $Y(s) = H(s)X(s)$ ou $Y(s) = K * \frac{1}{s}$. Après la transformation Laplace inverse on obtient pour l'image dans le temps $y(t) = K1(t)$. Ça veut dire que l'entrée est amplifié avec un facteur K comme l'on peut voir dans la figure ci-dessus.

3.2.2 Réponse sinusoidale d'un système proportionnel

Le raisonnement est le même qu'avant. Le sinus est amplifié,donc l'amplitude est augmenté, la fréquence et la phase restent le même.

Le diagramme de Bode devient

Le diagramme de Nyquist est réduit à un point parce que pour toutes les valeurs de ω, on obtient le même déphasage et amplitude.

3.3 Intégrateur

L'intégration d'un système veut dire que l'on va additionner le signal à l'entrée. Donc un système où il y a l'accumulation est décrit par un système intégrateur.Un exemple est un réservoir dans lequel on accumule du liquide.

Quand du liquide coule dans le reservoir le niveau va augmenter. Formulé mathématiquement

$$\Phi_{in} = \rho \frac{dV}{dt}$$

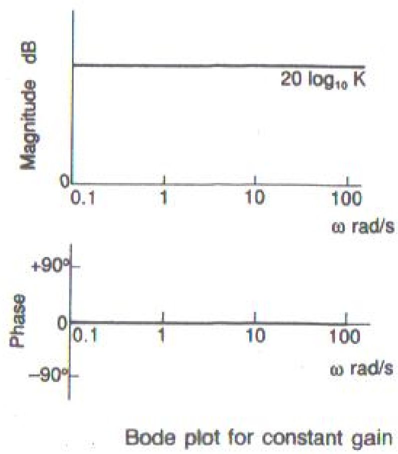

FIGURE 3.8 – source : 'Regeltechniek', J.Cools' Elsevier

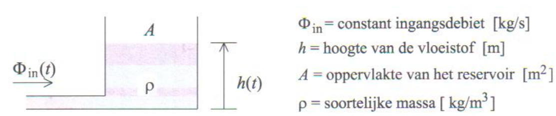

FIGURE 3.9 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

Le volume change dans le temps mais la surface reste le même donc c'est seulement la hauteur qui change dans le temps

$$\Phi_{in} = \rho A \frac{dh}{dt}$$

Aprés la transformation de Laplace on obtient

$$\phi_{in} = \rho Ash$$

Ou après transformé par la transformation de Laplace dans une fonction de transfert

$$H(s) = \frac{h}{\phi_{in}} = \frac{1}{\rho As}$$

Ceci est un intégrateur pur. Si on compare avec la transformation Laplace d'un intégral $\frac{1}{s}$. En général on écrit un système intégrateur comme $\frac{1}{\tau_i s}$ avec τ_i la constante propre de l'integrateur. Dans le cas d'une citerne on obtient $\tau_i = \rho A$.

3.3.1 Réponse de step d'un intégrateur

Le système $H(s) = \frac{1}{\tau_i s}$. Le step $X(s) = \frac{1}{s}$ De ceci suit

$$Y(s) = \frac{1}{s}.\frac{1}{\tau_i s} = \frac{1}{\tau_i s^2}$$

Dans le domaine du temps on obtient aprés transformation inverse de Laplace

$$y(t) = \frac{t}{\tau_i}$$

On peut voir qu'aprés un step, le systéme intégrateur change linéairement dans le temps.Donc le niveau dans la citerne augmentera linéairement dans le temps aprés un step.

3.3.2 Résponse sinusoidale d'un intégrateur

Comme c'est dit déjà au début de ce chapitre il faut remplacer s par $j\omega$. On obtient pour le système intégrateur la fonction de transfert suivante $H(j\omega) = \frac{1}{\tau_i j\omega}$. Calculons le module

$$|H(j\omega)| = 20 \log \tau_i \omega$$

et pour le déphasage on obtient

$$\tan \phi = \frac{\frac{-1}{\tau_i \omega}}{0} = -\infty$$

donc la phase devient $-90\,^\circ$.

Pour le module et l'argument nous étudions le comportement à haute et basse fréquence.Nous calculons le limite à l'infini et à zéro pour ω. Pour l'argument nous obtenons une valeur constante de $-90\,^\circ$, mais pour le module nous obtenons les valeurs suivantes :

1. Pour les basses fréquences

$$\lim_{x \to 0} 20 \log \tau_i \omega = -\infty$$

2. Pour les hautes fréquences

$$\lim_{x \to +\infty} 20 \log \tau_i \omega = +\infty$$

3. Entre les deux nous avons un point d'intersection donc il y a un point où l'amplification est zéro. C'est le point oú le logarithme de l'argument devient zéro donc l'argument est 1.Ceci est au point $\tau_i \omega = 1$ of $\omega = \frac{1}{\tau_i}$.

On obtient les diagrammes de Bode et Nyquist suivants

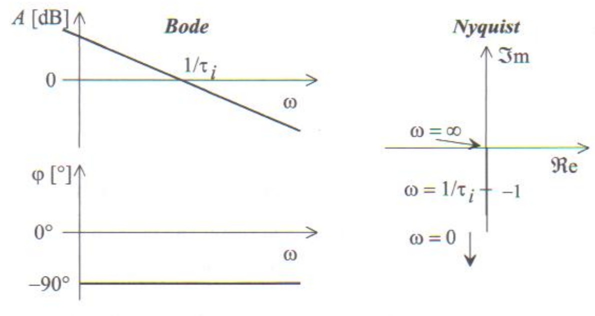

FIGURE 3.10 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

3.4 Différentiel

Pour comprendre le différentiateur physiquement nous allons étudier un piston avec une surface A. Ce piston est mis sur la hauteur h, qui est le signal d'entrée.Le signal de sortie est le débit qui coule dehors Φ_{uit}.Si le piston reste sur place il n'y a pas de débit sortant. Si le piston descend avec une vitesse v il y a un débit constant qui sort. Si on augmente la vitesse le débit augmente aussi. Donc la sortie est proportionnelle avec la vitesse, et la vitesse est la dérivée (différentiel) de la hauteur dans le temps. Formulé mathématiquement

$$\Phi_{uit} = \rho \frac{dV}{dt} = \rho A \frac{dh}{dt}$$

Après transformation de Laplace on obtient

$$\phi_{uit} = \rho A h s$$

Ecrite dans une fonction de transfert on obtient

$$H(s) = \frac{\phi_{uit}}{h} = \rho A s$$

On peut réécrir la fonction de transfert pour un différentiateur dans une forme générale comme $H(s) = \tau_d s$. Pour le piston ceci devient $\tau_d = \rho A$.

3.4.1 Réponse d'un step du différentiel

La réponse suit de la transformation de Laplace inverse de

$$Y(s) = \tau_d s.\frac{1}{s} = \tau_d$$

La solution est la fonction impulse $\tau_d \delta(t)$.

3.4.2 Réponse sinusoidale du différentiateur

La construction des diagrammes de Bode et Nyquist est tout à fait la même qu'avant, avec l'intégrateur. La fonction de transfert est dans ce cas ci $H(s) = \tau_d s$ Ceci nous donne les diagrammes ci dessous

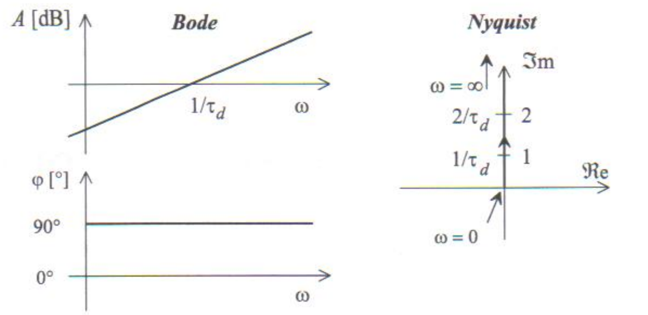

FIGURE 3.11 – source :'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

3.5 Systèmes de première ordre

Un exemple classique d'un système de premier ordre est le circuit RC.Nous allons donc étudier le chargement d'un condensateur.Ceci a été étudié l'année passée dans le chapitre ' phénomènes de transitions'.Dans l'étude ci nous prennons la tension de la source comme entrée et la tension sur les bornes du condensateur comme sortie.

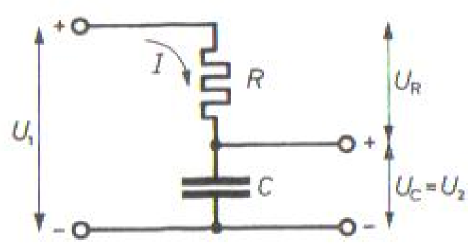

FIGURE 3.12 – source : 'Control engineering' ; W.Bolton

La construction de l'{equation est déjà étudié et nous avons obtenu l'équation suivante pour la tension de la source

$$U_1 = Ri(t) + \frac{1}{C}\int i\,dt.$$

Après transformation de Laplace des deux membres de l'équation on obtient

$$u_1 = Ri(s) + \frac{i(s)}{Cs}$$

Pour la tension sur les bornes du condensateur on obtient

$$U_C = \frac{1}{C}\int i\,dt.$$

Après transformation de Laplace des deux membres de l'équation on obtient

$$u_C = \frac{i(s)}{Cs}$$

De ceci suit la fonction de transfert suivante

$$H(s) = \frac{1}{1 + RCs}$$

En général on écrit la fonction de transfert d'un système de premier ordre comme

$$H(s) = \frac{1}{1 + \tau_1 s}$$

Dans ce cas τ_1 est égal à RC et ceci est, comme on l'a appris l'année passée, le temps propre du système.

3.5.1 Réponse de step d'un système de premier ordre

La fonction de transfert devient

$$Y(s) = \frac{1}{s}.\frac{1}{1 + \tau_1 s}$$

La transformation de Laplace est calculée avec la méthode de division en fractions partielles. On obtient

$$H(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_1}}$$

Nous obtenons l'image dans le temps avec la transformation invers

$$y(t) = 1(t) - exp(-\frac{t}{\tau_1})$$

Dans le dernier exemple la tension au delà du condensateur se formera exponentiellement et après un certain temps atteindra la tension de la source.ceci est ce que nous avons retrouvé l'année passée dans le cours d'électricité.

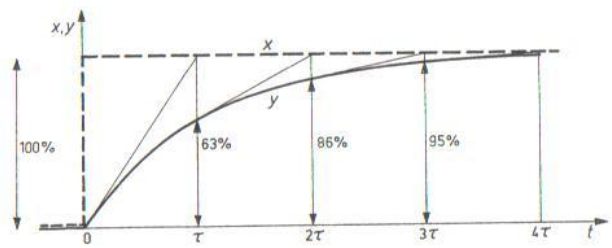

FIGURE 3.13 – source : 'Regeltechniek', J.Cools, Elsevier

3.5.2 Réponse sinusoidal d'un système de premier ordre

Nous suivons la méthode courante : La fonction de transfert étalon pour un système de premier ordre est

$$H(s) = \frac{1}{1+\tau_1 s}$$

Il faut changer s par $j\omega$ et puis la fonction devient

$$H(s) = \frac{1}{1+j\tau_1\omega}$$

Ceci est un nombre complexe avec une partie complexe dans le nominateur, donc il faut multiplier avec l'adjoint complexe et puis on obtient

$$H(s) = \frac{1-j\tau_1\omega}{1^2+(\tau_1\omega)^2}$$

Maintenant il faut calculer le module et l'argument

Le module est :

$$M^2 = \frac{1^2}{(1^2+(\tau_1\omega)^2)^2} + \frac{(\tau_1\omega)^2}{(1^2+(\tau_1\omega)^2)^2}$$

et après simplification ceci devient

$$M = \frac{1}{\sqrt{1+(\tau_1\omega)^2}}$$

L'argument devient

$$\phi = \arctan(\frac{-\tau_1\omega}{1})$$

1. La valeur asymptotique pour ω à 0

$$\lim_{\omega\to 0} 20\log\frac{1}{\sqrt{1+(\tau_1\omega)^2}} = 0$$

2. La valeur asymptotique pour ω à l'infini

$$\lim_{\omega\to+\infty} 20\log\frac{1}{\sqrt{1+(\tau_1\omega)^2}} = -\infty$$

3. Le point de coupure : il y a une transition de zéro à fréquences basses et à fréquences hautes, le système évolue à l'infini.Là où les valeurs de 1 et $\tau_1\omega$ sont à peu près le même ,le système commence à changer son comportement, donc pour

$$\omega = \frac{1}{\tau_1}$$

Il faut encore faire attention à l'inclinaison des droites dans le diagramme. Ceci est calculé simplement par le raisonnement suivant.Supposons que ω augmente avec un facteur 10 la valeur suivante sera diminué avec une valeur -20dB .

Ceci vous donne le diagramme de Bode suivant

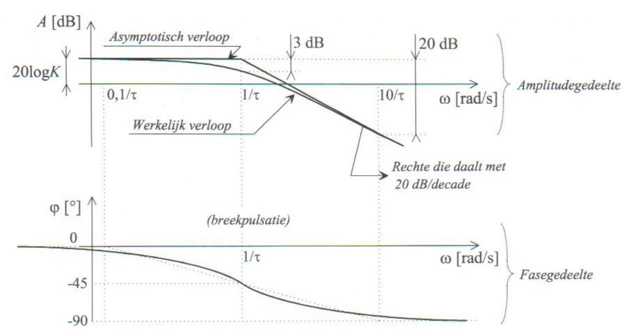

FIGURE 3.14 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

Pour le diagramme de Nyquist nous obtenons la figure suivante

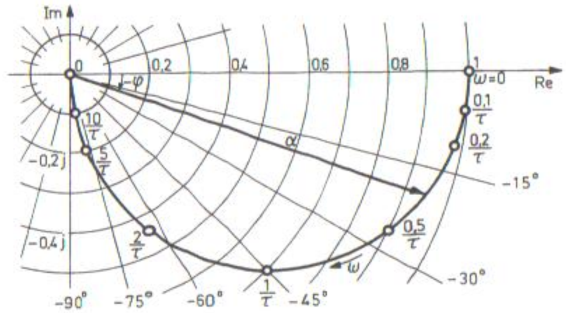

FIGURE 3.15 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

3.6 Systèmes de deuxième ordre

Pour les systèmes de deuxième ordre il y a plein d'exemples.Dans la mécanique on a le système masse, ressort,amortisseur, dans l'électricité le circuit RLC,...

La fonction de transfert étalon pour un système de deuxième ordre est la suivante

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\zeta\frac{s}{\omega_n} + 1}$$

Dans ce cas ω_n est la fréquence propre du système et ζ le facteur d'amortissement.

Comme exemple nous étudions le sytème masse,ressort, amortisseur.

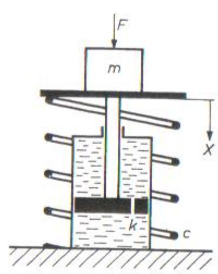

FIGURE 3.16 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

Il y a une force externe F sur le systéme. L'amortissement est représenté par friction visceuse proportionelle avec la vitesse $c\frac{dX}{dt}$.La masse a une inertie $m\frac{d^2X}{dt^2}$. Le ressort a une force réactive proportionnelle avec le déplacement kX.

Nous obtenons la modèle suivante

$$m\frac{d^2X}{dt^2} = F - kX - c\frac{dX}{dt}$$

Après que l'on ait calculé la transformation de Laplace des deux antécédents nous obtenons

$$ms^2x(s) = f - kx(s) - csx(s)$$

Nous supposons que la sortie (la conséquence) est le déplacement X et l'entrée (la cause) est la force externe F. Nous obtenons comme fonction de transfert

$$H(s) = \frac{x}{f} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$

Si nous faisons la comparaison avec la fonction de transfert étalon nous réécrivons cette fonction de transfert comme

$$H(s) = \frac{1}{\frac{m}{k}s^2 + \frac{c}{k}s + 1}$$

Comme ça nous obtenons comme

- fréquence de résonance : $\sqrt{\frac{k}{m}}$
- coefficient d'amortissement :$\zeta = \frac{c}{k}\frac{1}{2}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{c}{2\sqrt{km}}$

3.6.1 Réponse de step d'un systéme de deuxième ordre

La sortie est représentée comme

$$Y(s) = \frac{1}{s}.\frac{1}{s^2 + 2\omega_n\zeta s + (\omega_n)^2}$$

La transformation de Laplace inverse est calculée avec la méthode de fractions partielles. Dans le cas d'un système de deuxième ordre, l'équation dans le nominateur nous donne trois possibilités comme solution.Ceci dépend du signe du discriminant.Donc quand on calcul les racines d'une équation de deuxième ordre il faut d'abord calculer le discriminant. Dans ce cas ci c'est

$$\sqrt{\Delta} = 2\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

Le signe du discriminant va déterminer le comportement du système, et dans notre cas le signe dépend de ζ donc de l'amortissement du système.

Il y a donc trois possibilités

1. $\zeta > 1$:Dans ce cas ci on a deux solutions reélles et le comportement dans le temps est représenté par la fonction suivante

$$y(t) = 1 - \frac{\sqrt{\zeta^2 - 1} - \zeta}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}}exp(-\omega_n t(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})) - \frac{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}}exp(-\omega_n t(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}))$$

On appelle ceci un système suramorti

2. $\zeta = 1$:Dans ce cas ci on a une double solution.Les deux poles sont reéls et se recouvrent. L'image dans le temps est représenté par

$$y(t) = 1 - (1 + \omega_n t)exp(-\omega_n t)$$

On appelle ceci un systéme d'amortissement critique.

3. $\zeta < 1$: Maintenant on obtient comme solution deux nombres complexes.Quand on a un nombre complexe dans l'exposé d'une fonction exponentielle on peut réécrir cette fonction comme des fonctions sinusoidales. Comme conséquence on a un système oscillant.L'image dans le temps devient

$$y(t) = 1 - \frac{exp(-\omega_n \zeta t)}{\sqrt{1-\zeta^2}}.\sin(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \varphi)$$

avec $sin\varphi = \zeta$. Ce système est appellé une oscillation amortie.

Le graphique ci dessous vous donne l'image dans le temps pour tous les cas différents.

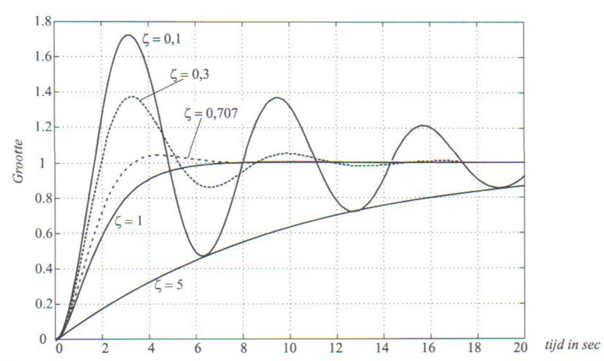

FIGURE 3.17 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

Dans le cas de systèmes de deuxième ordre qui se comportent en oscillants on peut voir quelques paramètres très important

– L'écart dynamique : Ceci est la valeur maximale qui est atteinte par le système, et c'est une mesure qui dit combien le système va excéder la valeur finale (la consigne).On peut calculer l'écart dynamique et on voit directement que ceci dépend de l'amortissement.
– Settling time : Ceci est le temps nécessaire au système pour rester dans un écart de cinq pour cent de la valeur finale.

Le figure ci dessous vous donne le rapport entre l'écart dynamique et le coefficient d'amortissement.

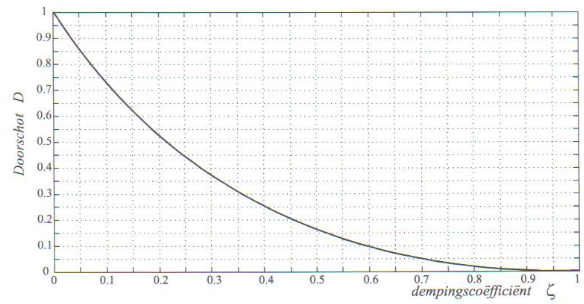

FIGURE 3.18 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

3.6.2 Réponse sinusoidal d'un système de deuxième ordre

Encore une fois nous utilisons la procédure étalon et remplaçons s par $j\omega$ et puis nous calculons le module et l'argument Le module devient

$$M = \frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega\omega_n)^2}}$$

L'argument devient

$$\varphi = -\arctan(\frac{2\zeta\omega\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2})$$

1. Pour les basses fréquences

$$\lim_{\omega \to 0} 20 \log M = \frac{1}{\omega_n^2}$$

2. Pour les hautes fréquences

$$\lim_{\omega \to +\infty} 20 \log M = -\infty$$

3. La transition de 0 à l'infini est de nouveau sur le point de coupure. Dans le cas de systèmes de deuxième ordre le point de coupure se trouve sur la fréquence propre donc ω_n.

$$\varphi = -90°$$

$$M = \frac{1}{2\zeta\omega_n^2}$$

Ici aussi il faut faire attention sur l'inclination des droites dans le diagramme de Bode. Maintenant la diminuation est de 40dB par décade . Autrement dit l'inclination diminuera d'une décade par ordre. La figure ci dessous vous donne le diagramme de Bode

Aussi dans le cas de réponses sinusoidal le facteur d'amortissement joue un rôle important.

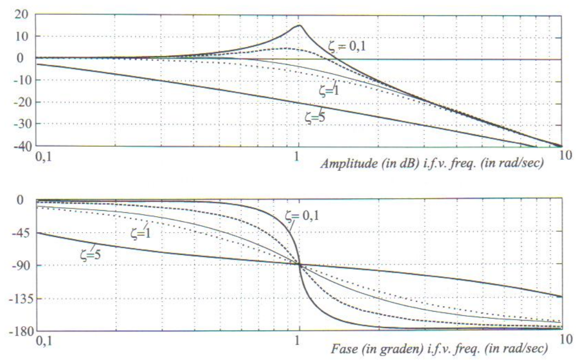

FIGURE 3.19 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

La figure ci dessous vous donne le diagramme de Nyquist

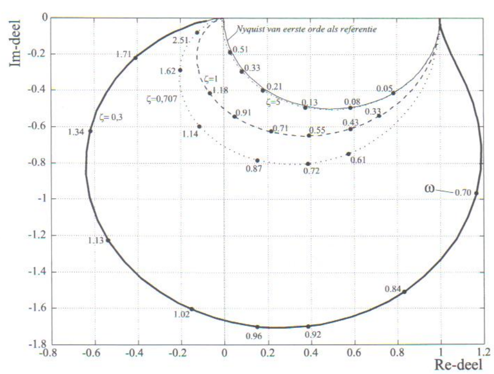

FIGURE 3.20 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

3.7 Systémes temporisés

La temporisation est un système dans lequelle on retrouve un délai qui ne change rien du tout au systéme.Donc il y a une certaine période entre l'entrée et la premiére réaction sur l'entrée.Comme conséquence on ne peut pas régler un tel systéme parce qu' il ne prend pas part au processus. Un exemple classique, est un transporteur à bande qui transporte un produit qui tombe un peut plus tard dans une citerne, où celui ci va prendre part à une réaction chimique.

Un délai est en faite une translation dans le temps. C'est pourquoi on peut utiliser le théorème de translation de la transformation de Laplace.

$$f(t-a) = F(s)e^{-as}$$

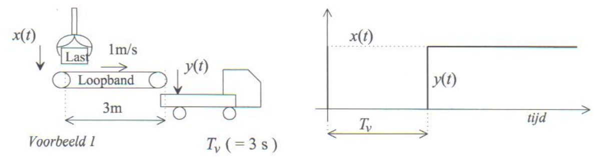

FIGURE 3.21 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

Donc quand on retrouve une temporisation T_v dans le système on retrouve le signal suivant à la sortie

$$Y(s) = X(s)e^{-T_v s}$$

3.7.1 Réponse d'un step pour une temporisation

Pour la réponse d'un step il n'y a pas grand chose à dire sauf qu'il y a une translation dans le temps. Donc un step à l'éntrée cause le même step à la sortie avec un certain délai.

3.7.2 Réponse sinusoidal d'une temporisation

La fonction de transfert est représentée par$H(s) = e^{-T_v s}$. Nous remplaçons s par $j\omega$ et obtenons une fonction exponentielle avec exposé complexe. Celui là peut être transformé dans une suite de fonctions sinus et cosinus donc

$$H(s) = \cos(\omega T_v) - j\sin(\omega T_v)$$

Le module devient

$$M = \sqrt{\cos^2(\omega T_v) - \sin^2(\omega T_v)} = 1$$

C'est clair que ceci est une constante. L'argument devient

$$\varphi = \arctan(\frac{-\sin\omega T_v}{\cos\omega T_v}) = -\omega T_v$$

Le diagramme de Bode contient seulement un déphasage

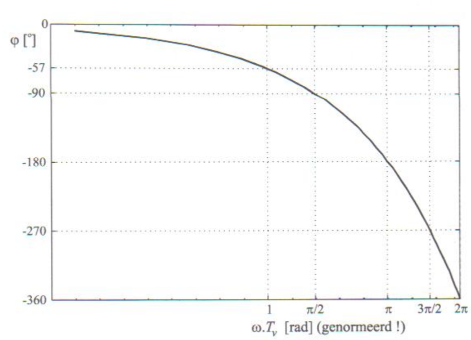

FIGURE 3.22 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier

Pour le diagramme de Nyquist on obtient un cercle parce qu'il n'y a qu'une amplitude constante, donc un rayon constant, et le déphasage parcourt toutes les valeurs possible, donc tout un cercle.

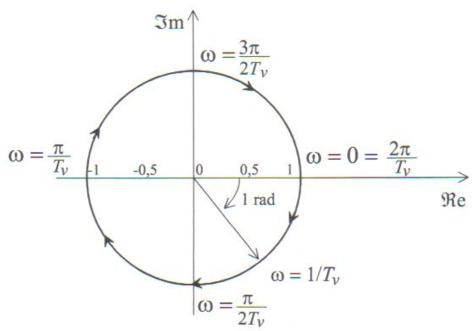

FIGURE 3.23 – source : 'Regeltechniek' ; J.Cools, Elsevier