

Chapitre 1

Introduction

Objectifs

1. Savoir interpreter une fonction de transfert

Ce cours vous donne une description de systèmes et la manière de réagir sur le comportement. Il faut comprendre que le temps disponible est limité donc nous ne pouvons pas faire une étude profonde de cette matière. Pour cette raison nous allons nous limiter à l'étude des systèmes *lineaires*, *continues en single input-single output (SISO)*. Un des buts de ce cours est qu'on peut faire des calculs. Pour ceci il faut répéter les mathématiques nécessaires, c'est ce que nous allons faire dans ce chapitre.

1.1 Pourquoi l'automatisme

Quand nous sommes en vélo il faut suivre la route. Si nous allons tout droit nous aurons tôt ou tard un problème. De temps en temps il faut corriger la direction quand il y a une 'perturbation' dans la route, à ce moment nous faisons des réglages. Nous corrigeons notre direction en tournant le volant à gauche ou à droite selon la route. Dans le cas d'un processus arbitraire, nous allons corriger une perturbation qui intervient dans le processus. Par exemple nous navigons au sud et l'ambiance augmente de température. Il faut refroidir le moteur diesel, donc il faut régler sa température. On va régler pour augmenter le débit de refroidissement. Il nous faut donc un régulateur et une vanne, qui serait réglée par ce régulateur.

1.2 La transformation de Laplace

Comme expliqué au début de ce chapitre il faut répéter les mathématiques, plus spécifique il faut répéter la transformation de Laplace. On a expliqué ceci dans les leçons de math. Une transformation de Laplace transforme une équation différentielle dans une équation algébrique. En théorie d'automatisation des

systèmes sont étudiés, nous les modelisons par des équations différentielles. Pour faciliter les choses on applique une transformation de Laplace sur cette équation et on obtient une équation algébrique. Ceci facilite les calculs.

1.2.1 Définition

La transformé Laplace d'une fonction $f(t)$ est définié comme

$$F(s) = \mathcal{L}(f(t)) = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-st} dt.$$

Pour être complete il faut definir une transformation Laplace comme suit

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}(F(s)) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} F(s)e^{+st} ds.$$

Les fonctions transformées sont déjà calculées plusieurs fois et sont mises en forme de table.

1.2.2 Propriétés des transformations Laplace

1. transformation d'une différentielle :

$$\mathcal{L}\left(\frac{df(t)}{dt}\right) = sF(s) - f(0)^1$$

2. transformation d'une intégrale :

$$\mathcal{L}\left(\int f(t) dt\right) = \frac{F(s)}{s}$$

3. théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s).$$

4. théorème de la valeur initiale :

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} F(s)$$

5. théorème de translation :

$$f(t - a) = e^{-as} F(s)$$

1. On suppose que $f(0)=0$

1.2.3 La transformation de Laplace pour les analyses des systèmes continus

Quand on étudie un système on va voir les changements dans ce système. Donc on va étudier le changement d'un signal reçu à la sortie par rapport au signal à l'entrée. L'entrée et la sortie sont modélisées par des équations différentielles. Donc on obtient une équation de forme comme ci dessous

$$D_y(y(t)) = D_x(x(t))$$

avec

$$D_x(x_t) = a_n \frac{d^n}{dt^n} + \dots + a_0$$

et

$$D_y(y_t) = b_m \frac{d^m}{dt^m} + \dots b_0$$

Après application de la transformation de Laplace nous obtenons, quand on suppose $f(0) = 0$,

$$b_m s^m Y(s) + b_{m-1} s^{m-1} Y(s) + \dots b_0 Y(s) = a_n s^n X(s) + a_{n-1} s^{n-1} X(s) + \dots + a_0 X(s)$$

Ceci est une équation algébrique que nous pouvons écrire comme

$$Y(s) = H(p)X(s)$$

Ou

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}$$

La fonction $H(s)$ est nommée fonction de transfert dans la théorie d'automatisation et donne le rapport entre l'entrée et la sortie. Autrement dit :

Comment change la sortie $Y(s)$ par rapport à l'entrée $X(s)$.